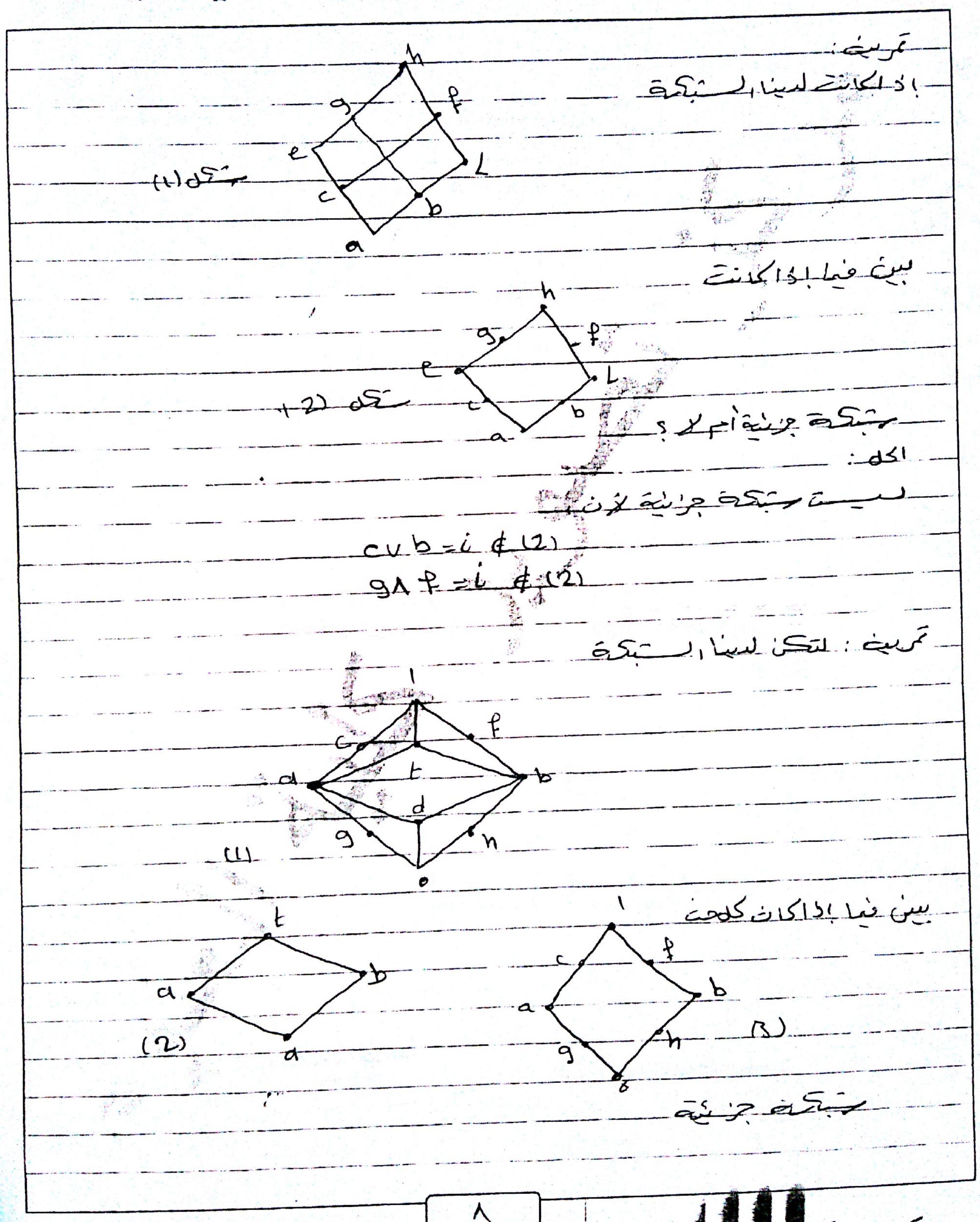
محاضرات الدفتر

القسم : تحليل - رياضيات السنة : الرابعة ت+ج المادة : منطق رياضي المحاضرة : الثالثة عشر



تمرين:

إذا كانت لدينا الشبكة

شكل (1)

بين فيما إذا كانت

شكل (2)

شبكة جزئية أم لا ؟

الحل:

ليست شبكة جزئية لأن

$c \vee b = i \notin (2)$

$g \wedge f = i \notin (2)$

تمرين : لتكن لدينا الشبكة

(1)

بين فيما إذا كانت كل من

(2) (3)

شبكة جزئية

الحل:

اذن (2) تمثل شبكة جزئية

بينما (3) ليست شبكة جزئية لأن

$a \vee b = t \notin (3)$

تمرين: ارسم مخطط هاس للشبكة $D(8) \times D(16)$

الحل:

$D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$

$D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

$D(8) \times D(16) = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,8), (1,16), (2,1), (2,2), (2,4), (2,8), (2,16), (4,1), (4,2), (4,4), (4,8), (4,16), (8,1), (8,2), (8,4), (8,8), (8,16)\}$

(8,16) (8,8) (4,16) (8,4) (2,16) (4,8) (8,2) (1,16) (4,4) (2,8) (8,1) (1,8) (4,2) (2,4) (4,1) (1,4) (2,2) (2,1) (1,2) (1,1)

تمرين:

ارسم مخطط هاس للمجموعة $D(3) \times D(16)$

الحل:

$D(3) = \{1, 3\}$

$D(16) = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

ملاحظة: هنا السلاسل ليست سلسلة

$D(3) \times D(16) = \{(1,1), (1,2), (1,4), (1,8), (1,16), (3,1), (3,2), (3,4), (3,8), (3,16)\}$

(3,16)
(3,8) (1,16)
(3,4) (1,8)
(3,2) (1,4)
(3,1) (1,2)
(1,1)

تمرين : بين أن الشبكة التالية توزيعية أم لا :

1- حسب التعريف.

2- حسب المبرهنة.

1, c, d, b, a, 0

الحل : (1) حسب التعريف :

$$a \wedge (b \vee c) \overset{?}{=} (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

$$\ell_1 = a \wedge (b \vee c) = a \wedge 1 = a$$

$$\ell_2 = (a \wedge b) \vee (a \wedge c) = a \vee a = a$$

$$a \vee (b \wedge c) \overset{?}{=} (a \vee b) \wedge (a \vee c)$$

$$\ell_1 = a \vee (b \wedge c) = a \vee 0 = a$$

$$\ell_2 = (a \vee b) \wedge (a \vee c) = 1 \wedge c = c \neq$$

$\Rightarrow$

الشبكة ليست توزيعية

(2) حسب المبرهنة :

$$a \wedge b = 0 = a \wedge d$$
$$a \vee b = 1 = a \vee d \quad \Rightarrow \quad b \neq d$$

اذاً الشبكة ليست توزيعية وذلك حسب المبرهنة هو.

نص الملاحظة:

$$\left.\begin{array}{l} x \wedge y = x \wedge z \\ x \vee y = x \vee z \end{array}\right\} \Rightarrow y = z$$

تمرين: هل الشبكة التالية شبكة توزيعية أم لا.

الحل:

$$a \vee (b \wedge e) \overset{?}{=} (a \vee b) \wedge (a \vee e)$$

$$\ell_1 = a \vee (b \wedge e) = a \vee 0 = a$$

$$\neq$$

$$\ell_2 = (a \vee b) \wedge (a \vee e) = 1 \wedge e = e$$

$$\ell_1 \neq \ell_2 \Leftarrow a \neq e$$

ليست شبكة توزيعية حسب التعريف.

حسب الملاحظة:

$$a \wedge b = 0 = a \wedge d$$

$$a \vee b = 1 = a \vee d$$

ولكن $d \neq b$

تمرين: لتكن لدينا التطبيق المطابق من $(N^*, |)$ على $(N^*, \leq)$ ← لأنه غامر

$$I : (N^*, |) \longrightarrow (N^*, \leq)$$

برهن أن I ليس ايزومورفيزم ترتيبي.

الحل:

1- $\forall x, y \in N^* ; x | y \Rightarrow x \leq y \Rightarrow$

$I(x) \leq I(y)$

اذاً I هو مورفيزم ترتيبي .

2- متباين دوماً .

3- $I^{-1} : (N^*, \leq) \longrightarrow (N^*, |)$

$2 \leq 3 \overset{?}{\Rightarrow} I^{-1}(2) \mid I^{-1}(3)$

(2) لا تقسم (3) وبالتالي ليست مورفيزم ترتيبي .

ومنه I ليست ايزومورفيزم ترتيبي .

انتهت المحاضرة